

# MAT\_2

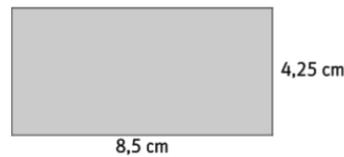
# tema 4: PROPORCIONALIDAD

## 1. RAZÓN Y PROPORCIÓN.

Calcula la razón entre los siguientes pares de números: **24 y 42**

$$\frac{24}{42} = \frac{4}{7}$$

1.1 Calcula la razón entre las dimensiones de la figura:



$$\frac{4,25}{8,5} = \frac{1}{2} = 0,5$$

1.2 Calcula el valor que falta en las siguientes proporciones:

$$\frac{18}{x} = \frac{27}{6}$$

$$x = \frac{18 \cdot 6}{27} = 4$$

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{25}$$

$$x^2 = 25 \cdot 4 = 100 \Rightarrow x = \pm 10$$

1.3 Problema (razón):

La razón entre la altura de Joaquín y la sombra que proyecta es de  $\frac{2}{7}$ .

- a) Si Joaquín mide 1,80 m, ¿cuánto mide su sombra?
- b) En ese mismo instante, la sombra que proyecta un árbol de su jardín mide 4,75 m. Si la altura y la sombra de Joaquín y la sombra y la altura del árbol forman una proporción, ¿cuánto mide de alto el árbol?

a)  $\frac{2}{7} = \frac{1,80}{x} \Rightarrow x = \frac{1,80 \cdot 7}{2} = 6,3$

La sombra mide 6,3 m.

b)  $\frac{2}{7} = \frac{x}{4,75} \Rightarrow x = \frac{4,75 \cdot 2}{7} = 1,36$

El árbol mide 1,36 m aproximadamente.

## 2. MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES.

### 2.1 El número de cómics y el precio son magnitudes directamente proporcionales.

Completa la tabla e indica la razón:

La razón de proporcionalidad es  $\frac{3}{1,36} = \frac{11}{5} = \frac{34}{15,45} = \frac{314,6}{143} = \frac{445,28}{202,4} = 2,2$ .

A	3	11	34	•	•
B	•	5	•	143	202,4

A	3	11	34	314,6	445,28
B	1,36	5	15,45	143	202,4

### 2.2 Problema magnitudes directamente proporcionales.

Un coche ha recorrido los 141 km distancia que hay entre Soria y Burgos en una hora y media. ¿Qué distancia recorrería en 3 horas yendo a la misma velocidad?

$$\frac{141}{1,5} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = \frac{141 \cdot 3}{1,5} = 282 \text{ . En el doble de tiempo recorrerá el doble de distancia, 282 km.}$$

### 2.3 Problema magnitudes directamente proporcionales.

Para un viaje, Marco ha cambiado 120 €, y le han dado 1692 pesos argentinos. Si cambia 230 € más, ¿cuántos pesos recibirá?

$$\frac{120}{1692} = \frac{230}{x} \Rightarrow x = \frac{230 \cdot 1692}{120} = 3243 \text{ . Recibirá 3243 pesos.}$$

## 3. MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES.

### 3.1 Completa las tablas sabiendo que las magnitudes son inversamente proporcionales e indica la razón:

x	4	•	8	160	1	•
y	10	8	•	•	•	1

La constante de proporcionalidad inversa es:  $k = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 = 8 \cdot 5 = 160 \cdot 0,25 = 1 \cdot 40 = 40 \cdot 1 = 40$

x	4	5	8	160	1	40
y	10	8	5	0,25	40	1

### 3.2 Problema magnitudes inversamente proporcionales.

En un juego de ordenador se dan puntos de forma inversamente proporcional al tiempo que se tarda en resolver un acertijo. Jesús lo ha resuelto en 45'' y ha ganado 300 puntos. Cuando juega María, resuelve el mismo acertijo en 40'', ¿cuántos puntos obtendrá?

$$\text{Aplicando la proporcionalidad inversa: } 45 \cdot 300 = 40x \Rightarrow x = \frac{45 \cdot 300}{40} = 337,5 \text{ . Obtendrá 337,5 puntos.}$$

#### 4. REPARTOS.

##### 4.1 Problema de reparto directamente proporcional:

Tres amigos han trabajado durante varios días en una obra. Rodrigo ha trabajado 25 horas, Rodolfo ha trabajado 36 horas y Roberto ha trabajado 60 horas. En total han recibido 1512'5 €. ¿Cuánto cobrará cada uno?

$$r = \frac{1512,5}{25+36+60} = \frac{1512,5}{121} = 12,5$$

Rodrigo cobrará  $12,5 \cdot 25 = 312,5$  €, Rodolfo,  $12,5 \cdot 36 = 450$  € y Roberto,  $12,5 \cdot 60 = 750$  €.

##### 4.2 Problema de reparto directamente proporcional:

Sonia ha trabajado el doble de horas que Elena, y Rosa ha trabajado el triple que las otras dos juntas. En total han cobrado 480 €. ¿ Es posible repartir el dinero sin saber las horas que ha trabajado cada una?

Como se conoce la proporción entre las horas de trabajo de las tres, se puede hacer el reparto.

Por 1 h que trabajó Elena, Sonia trabajó 2 h, y Rosa,  $3 \cdot (1+2) = 9$  h:  $r = \frac{480}{2+1+9} = 40$

$$r = \frac{480}{2+1+9} = 40 \quad \text{Elena recibirá } 40 \text{ €, Sonia, } 2 \cdot 40 = 80 \text{ €, y Elena, } 9 \cdot 40 = 360 \text{ €.$$

##### 4.3 Problema de reparto inversamente proporcional:

En una carrera benéfica reciben premios los tres primeros clasificados, de forma inversamente proporcional a la llegada a meta. En total se reparten 9460€. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno?

Se trata de un reparto inversamente proporcional a 1, 2 y 3:  $k = \frac{9460}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = \frac{9460}{\frac{11}{6}} = \frac{56760}{11} = 5160$ .

El primero se lleva 5160 €, el segundo,  $\frac{1}{2} \cdot 5160 = 2580$  € y el tercero,  $\frac{1}{3} \cdot 5160 = 1720$  €.

##### 4.4 Ejercicio de reparto inversamente proporcional:

Reparte de forma inversamente proporcional las cantidades indicadas.

- a) 500, inversamente proporcional a 2 y 6.
- b) 2220, inversamente proporcional 12, 15 y 18.
- c) 1690, inversamente proporcional a 20, 15 y 10.
- d) 31 500, inversamente proporcional a 5, 24 y 48.

a)  $k = \frac{500}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}} = \frac{500}{\frac{4}{6}} = 750 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 750 = 375, \frac{1}{6} \cdot 750 = 125$

b)  $k = \frac{2220}{\frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18}} = \frac{2220}{\frac{37}{180}} = 10800 \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot 10800 = 900, \frac{1}{15} \cdot 10800 = 720, \frac{1}{18} \cdot 10800 = 600$

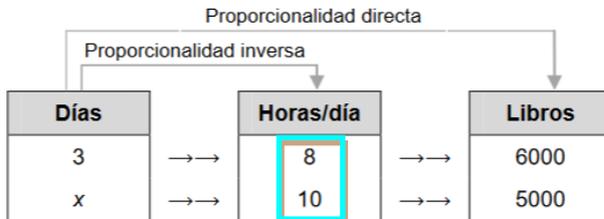
c)  $k = \frac{1690}{\frac{1}{20} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10}} = \frac{1690}{\frac{13}{60}} = 7800 \Rightarrow \frac{1}{20} \cdot 7800 = 390, \frac{1}{15} \cdot 7800 = 520, \frac{1}{10} \cdot 7800 = 780$

d)  $k = \frac{31500}{\frac{1}{5} + \frac{1}{24} + \frac{1}{48}} = \frac{31500}{\frac{63}{240}} = 120000 \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot 120000 = 24000, \frac{1}{24} \cdot 120000 = 5000, \frac{1}{48} \cdot 120000 = 2500$

## 5. PROPORCIONALIDAD COMPUESTA.

### 5.1 Problema de proporcionalidad compuesta:

Una imprenta trabajando 8 horas diarias, tarda 3 días en fabricar 6000 libros. Si trabaja 10 horas diarias, ¿cuántos días tardará en fabricar 5000 libros?



Aquella magnitud que mantenga una relación de proporcionalidad inversa con la magnitud de referencia, le doy la vuelta = coloco su inversa.

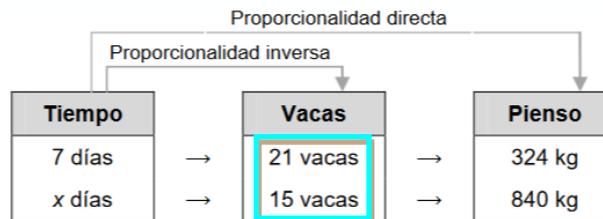
$$\frac{3}{x} = \frac{10}{8} \cdot \frac{6000}{5000} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 8 \cdot 5000}{10 \cdot 6000} = 2 \text{ días}$$

### 5.2 Problema de proporcionalidad compuesta:

Un ganadero necesita 324 kg de pienso para alimentar a 21 vacas durante 7 días.

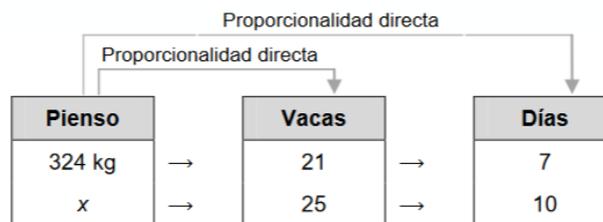
- a) ¿Durante cuánto tiempo podrá alimentar el ganadero a 15 vacas con 840 kg de pienso?  
b) ¿Cuántos kilos de pienso necesitaría para alimentar a 25 vacas durante 10 días?

a)



$$\frac{7}{x} = \frac{15}{21} \cdot \frac{324}{840} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 21 \cdot 840}{15 \cdot 324} = 25,407, \text{ aproximadamente } 25 \text{ días}$$

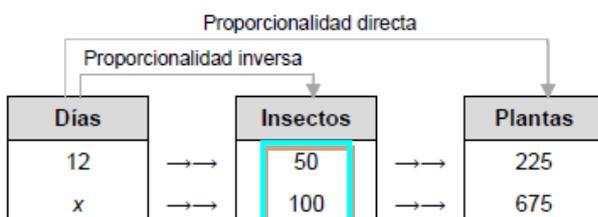
b)



$$\frac{324}{x} = \frac{21}{25} \cdot \frac{7}{10} \Rightarrow x = \frac{324 \cdot 25 \cdot 10}{21 \cdot 7} = 551,02, \text{ aproximadamente } 551 \text{ kg}$$

### 5.3 Problema de proporcionalidad compuesta:

En el huerto de Paco hay una plaga de voraces insectos. Cincuenta de ellos son capaces de atacar 225 plantas en 12 días. ¿Cuánto tardaría el doble de insectos en atacar el triple de plantas?



$$\frac{12}{x} = \frac{100}{50} \cdot \frac{225}{675} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 50 \cdot 675}{100 \cdot 225} = 18 \text{ días}$$



### 5. PORCENTAJES Y APLICACIONES.

#### 1. PORCENTAJES: CÁLCULO DE LA PARTE

□ % DE UN TOTAL = UNA PARTE

Calcula los siguientes porcentajes.

- a) 10 % de 240
- b) 150 % de 36
- c) 0,75 % de 1200
- a)  $240 \cdot 0,1 = 24$
- b) 54
- c) 900
- d) 10 % de 84
- e) 50 % de 132
- f) 7,5 % de 24
- d) 8,4
- e) 66
- f) 1,8

#### 2. PORCENTAJES: CÁLCULO DEL TOTAL

□ % DE UN TOTAL = UNA PARTE

Calcula el total en las siguientes expresiones.

- a) El 20 % de un número es 15.
- b) El 50 % de un número es 235.
- a)  $15 \cdot 100 : 20 = 75$
- b) 470
- c) El 8 % de un número es 1030.
- d) El 80 % de un número es 43.
- c) 12 875
- d) 53,75

#### 3. PORCENTAJES: CÁLCULO DEL PORCENTAJE

□ % DE UN TOTAL = UNA PARTE

Calcula el tanto por ciento correspondiente a las siguientes razones.

- a) 7 de cada 10 fumadores quieren dejar de fumar.
- b) En un colegio hay 328 alumnas de un total de 630 alumnos.
- c) Una sudadera costaba 65 € y en las rebajas cuesta 9,75 € menos.
- d) En un paquete de galletas de 350 g te regalan 70 g más.
- a)  $\frac{7}{10} = \frac{x}{100}$ ;  $x = 100 \cdot 7 : 10 = 70$  %
- b) 52,06 %.
- c) Cuesta el 15 % menos.
- d) Te regalan el 20 %.

#### 4. "PORCENTAJE" DE UN "TOTAL" ES IGUAL A UNA "PARTE"

Copia en tu cuaderno y completa con los números que faltan en cada caso.

Porcentaje	Total	Parte
60 %	25	•••
•••	500	85
33 %	•••	297
55 %	475	•••
•••	400	14
16 %	•••	534

Porcentaje	Total	Parte
60 %	25	15
17 %	500	85
33 %	900	297
55 %	475	261,25
3,5 %	400	14
16 %	3337,5	534



## 5. AUMENTO O DISMINUCIÓN PORCENTUAL:

5.1 Expresa cada fracción utilizando el tanto por ciento:  $\frac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow 75\%$        $\frac{15}{12} = 1,25 \Rightarrow 125\%$

5.2 Calcula las variaciones porcentuales: **Aumenta 36 000 un 0,7 %.**  
**Disminuye 0,64 un 5 %.**

$$36000 \cdot \left(1 + \frac{0,7}{100}\right) = 36000 \cdot 1,007 = 36252$$

$$0,64 \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 0,64 \cdot 0,95 = 0,608$$

5.3 A una cantidad se le aplica un aumento del 10%, y el resultado que se obtiene es 40,7. ¿Cuál era la cantidad inicial?

$$x \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 40,7 \Rightarrow x \cdot 1,1 = 40,7 \Rightarrow x = \frac{40,7}{1,1} = 37. \text{ La cantidad inicial era 37.}$$

5.4 Al disminuir un 15% cierta cantidad se obtiene 1028,5. ¿Qué cantidad se tenía al principio?

$$x \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 1028,5 \Rightarrow x \cdot 0,85 = 1028,5 \Rightarrow x = \frac{1028,5}{0,85} = 1210. \text{ Al principio se tenía 1210.}$$

5.5 Calcula el resultado final de aplicar los siguientes porcentajes encadenados. Calcula el porcentaje de variación respecto del precio inicial: con un aumento del 25 % y una disminución del 60 %.

$$\left(1 + \frac{25}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{60}{100}\right) = 1,25 \cdot 0,4 = 0,5 \Rightarrow 100 - 50 = 50. \text{ Disminuye un 50 \% .}$$

Un libro tiene una rebaja del 10% y ahora cuesta 17,10€. ¿Cuánto costaba antes?

$$\frac{17,1}{90} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{17,1 \cdot 100}{90} = 19. \text{ Costaba 19 € .}$$



## 5. PROBLEMAS.

6. Entre 8 amigos habéis comprado un regalo de cumpleaños y habéis aportado 12 € cada uno. A última hora, otros dos amigos os avisan de que quieren participar en el regalo.

a) ¿Qué cantidad pagaréis al final cada uno de los amigos?

b) ¿Cuánto tendrá que pagar cada uno de los dos últimos amigos a cada uno de los ocho primeros?

a) Aplicando la proporcionalidad inversa:  $8 \cdot 12 = 10x \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 12}{10} = 9,6$

Pagará 9,6 € cada uno.

b) Tendrán que pagar  $9,6 : 8 = 1,2$  € a cada uno.

7. El número de habitantes del pueblo donde veranea Samuel era de 5400 habitantes hace 10 años y ahora tiene 6480 habitantes.

a) ¿Cuál ha sido el porcentaje de variación?

b) Si en los próximos años el porcentaje de crecimiento se mantiene, ¿cuántos habitantes llegará a tener el pueblo dentro de 5 años?

a)  $\frac{6480}{5400} = 1,2 \Rightarrow 120 - 100 = 20$ . Aumentó un 20 % en 10 años.

b) En dos periodos de 5 años se ha multiplicado en total por 1,2. Llamando  $x$  a la variación cada 5 años,  $x \cdot x = 1,2 \Rightarrow x = \sqrt{1,2}$ . En 5 años habrá  $6480 \cdot \sqrt{1,2} = 7098$  habitantes, aproximadamente.

8. Antonio ha heredado una importante fortuna. Debe pagar el 20% por un determinado impuesto, y después, un 10% de lo que queda en otro impuesto. Si en total paga 10 500 €, ¿cuál fue el total de la herencia?

A.37500      B.35000      C.32500      D.30000

Tras pagar los dos impuestos le queda  $\left(1 - \frac{20}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$ , es decir, el 72 % de la cantidad inicial.

Por tanto, ha pagado un 28 %, de manera que  $\frac{28}{100} x = 10500 \Rightarrow x = \frac{10500 \cdot 100}{28} = 37500$  €.

La respuesta correcta es A. 37 500.